

实验二 阻尼和受迫振动

1、 简谐振动的振幅、周期的测定。

2、 阻尼振动过程中，阻尼系数的测定。

3、 研究波尔共振仪中弹性摆轮受迫振动的幅频特性和相频特性。

4、 学习用频闪法测定运动物体的相位差。

物体在周期外力的持续作用下发生的振动称为受迫振动，这种周期性的外力称为强迫力。如果外力是按简谐振动规律变化，那么稳定状态时的受迫振动也是简谐振动，此时，振幅保持恒定，振幅的大小与强迫力的频率和原振动系统无阻尼时的固有振动频率以及阻尼系数有关。在受迫振动状态下，系统除了受到强迫力的作用外，同时还受到回复力和阻尼力的作用。所以在稳定状态时物体的位移、速度变化与强迫力变化不是同相位的，存在一个相位差。当强迫力频率与系统的固有频率相同时产生共振，此时振幅最大，相位差为 90° 。

实验采用摆轮在弹性力矩作用下自由摆动，在电磁阻尼力矩作用下作受迫振动来研究受迫振动特性，可直观地显示机械振动中的一些物理现象。

当摆轮受到周期性强迫外力矩的作用，并在有空

气阻尼和电磁阻尼的媒质中运动时（阻尼力矩为 $-b \frac{d\theta}{dt}$ ）其运动方程

$$\text{为 } J \frac{d^2\theta}{dt^2} = -k\theta - b \frac{d\theta}{dt} + M_0 \cos \omega t \quad (1)$$

式中， J 为摆轮的转动惯量， $-k\theta$ 为弹性力矩， M_0 为强迫力矩的幅值， ω 为强迫力的圆频率。

$$\text{令 } \omega_0^2 = \frac{k}{J}, \quad 2\beta = \frac{b}{J}, \quad m = \frac{m_0}{J}$$

则式(1)变为

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\beta\frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2\theta = m \cos \omega t \quad (2)$$

当 $m \cos \omega t = 0$ 时，式(2)即为阻尼振动方程。

当 $\beta = 0$ ，即在无阻尼情况时式(2)变为简谐振动方程，系统的固有频率为 ω_0 。方程(2)的通解为

$$\theta = \theta_1 e^{-\beta t} \cos(\omega_1 t + \alpha) + \theta_2 \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (3)$$

由式(3)可见，受迫振动可分成两部分：

第一部分， $\theta_1 e^{-\beta t} \cos(\omega_1 t + \alpha)$ 和初始条件有关，经过一定时间后衰减消失。

第二部分，说明强迫力矩对摆轮做功，向振动体传送能量，最后达到一个稳定的振动状态。振幅为

$$\theta_2 = \frac{m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \quad (4)$$

它与强迫力矩之间的相位差为

$$\varphi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\beta T_0^2 T}{\pi(T^2 - T_0^2)} \quad (5)$$

由式(4)和式(5)可看出, 振幅 θ_2 与相位差 φ 的数值取决于强迫力矩 m 、频率 ω 、系统的固有频率 ω_0 和阻尼系数 β 四个因素, 而与振动初始状态无关。

由 $\frac{\partial}{\partial \omega} [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2] = 0$ 极值条件可得出, 当强迫力的圆频率 $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ 时, 产生共振, θ 有极大值。若共振时圆频率和振幅分别用 ω_r 、 θ_r 表示, 则

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad (6)$$

$$\theta_r = \frac{m}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}} \quad (7)$$

式(6)、(7)表明, 阻尼系数 β 越小, 共振时圆频率越接近于系统固有频率, 振幅 θ_r 也越大。图 1-1 和图 1-2 表示出在不同 β 时受迫振动的幅频特性和相频特性。

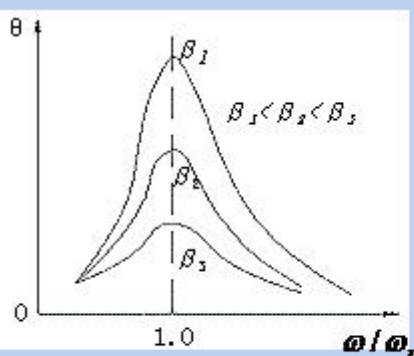


图 1-1

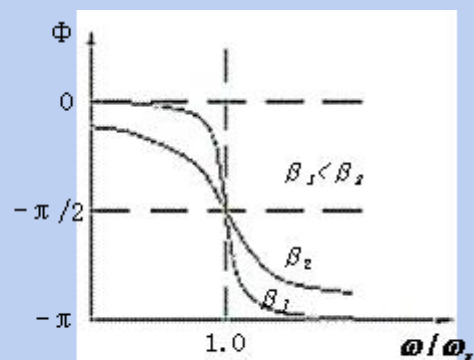


图 1-2

1. 实验准备

按下电源开关后,屏幕上出现欢迎界面,其中 NO. 0000X 为电器控制箱与电脑主机相连的编号。过几秒钟后屏幕上显示如图一“按键说明”字样。符号“◀”为向左移动;“▶”为向右移动;“▲”为向上移动;“▼”向下移动。下文中的符号不再重新介绍。

【注意事项】

为保证使用安全,三芯电源线须可靠接地。

2. 选择实验方式:根据是否连接电脑选择**联网模式**或**单机模式**。这两种方式下的操作完全相同,故不再重复介绍。

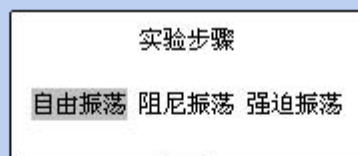
3. 自由振荡——摆轮振幅与系统固有周期 T_0 的对应值的测量

自由振荡实验的目的,是为了测量摆轮的振幅 θ 与系统固有振动周期 T_0 的关系。

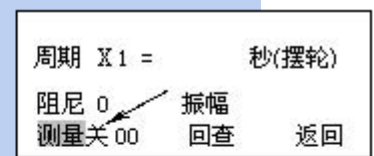
在图一状态按确认键,显示图二所示的实验类型,默认选中项为**自由振荡**,字体反白为选中。再按确认键显示:如图三



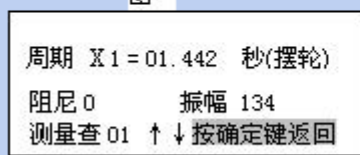
图一



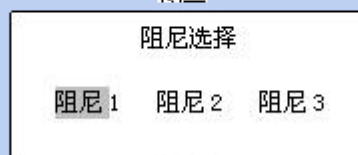
图二



图三



图四



图五



图六

用手转动摆轮 160° 左右,放开手后按“▲”或“▼”键,测量状态由“关”变为“开”,控制箱开始记录实验数据,振幅的有效数值范围为:160° ~ 50° (振幅小于 160° 测量开,小于 50° 测量自动关闭)。测量显示关时,此时数据已保存并发送主机。

查询实验数据,可按“◀”或“▶”键,选中回查,再按确认键如图四所示,表示第一次记录的振幅 $\theta_0 = 134^\circ$,对应的周期 $T = 1.442$ 秒,然后按“▲”或“▼”键查看所有记录的数据,该数据为每次测量振幅相对应的周期数值,回查完毕,按确认键,返回到图三状态。此法可作出振幅 θ 与 T_0 的对应表。该对应表将在稍后的“幅频特性和相频特性”数据处理过程中使用。

若进行多次测量可重复操作,自由振荡完成后,选中返回,按确认键回到前面图二进行其它实验。

因电器控制箱只记录每次摆轮周期变化时所对应的振幅值,因此有时转盘转过光电门几次,测量才记录一次(其间能看到振幅变化)。当回查数据时,有的振幅数值被自动剔除了(当摆轮周期的第5位有效数字发生变化时,控制箱记录对应的振幅值。控制箱上只显示4位有效数字,故学生无法看到第5位有效数字的变化情况,在电脑主机上则可以清楚的看到)。

4. 测定阻尼系数 β

在图二状态下,根据实验要求,按“▶”键,选中阻尼振荡,按确认键显示阻尼:如图五。阻尼分三个档次,阻尼1最小,根据自己实验要求选择阻尼档,例如选择阻尼2档,按确认键显示:如图六。

首先将角度盘指针F放在 0° 位置,用手转动摆轮 160° 左右,选取 θ_0 在 150° 左右,按“▲”或“▼”键,测量由“关”变为“开”并记录数据,仪器记录十组数据后,测量自动关闭,此时振幅大小还在变化,但仪器已经停止记数。

阻尼振荡的回查同自由振荡类似,请参照上面操作。改变阻尼档2或3测量,重复阻尼一的操作步骤即可。

从液显窗口读出摆轮作阻尼振动时的振幅数值 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_n$,利用公式

$$\ln \frac{\theta_0 e^{-\beta T}}{\theta_0 e^{-\beta (T+nT)}} = n\beta T = \ln \frac{\theta_0}{\theta_n} \quad (8)$$

求出 β 值, 式中 n 为阻尼振动的周期次数, θ_n 为第 n 次振动时的振幅, \bar{T} 为阻尼振动周期的平均值。此值可以测出 10 个摆轮振动周期值, 然后取其平均值。一般阻尼系数需测量 2-3 次。

5. 测定受迫振动的幅度特性和相频特性曲线

在进行强迫振荡前必须先做阻尼振荡, 否则无法实验。

仪器在图二状态下, 选中强迫振荡, 按确认键显示: 如图七默认状态选中电机。

周期×1 =	秒(摆轮)
=	秒(电机)
阻尼 1	振幅
测量关 00	周期 1 电机关 返回

图七

周期×1 =	1.425 秒(摆轮)
=	1.425 秒(电机)
阻尼 1	振幅 122
测量关 00	周期 1 电机开 返回

图八

周期×10 =	秒(摆轮)
5 =	秒(电机)
阻尼 1	振幅
测量开 01	周期 10 电机开 返回

图九

按“▲”或“▼”键, 让电机启动。此时保持周期为 1, 待摆轮和电机的周期相同, 特别是振幅已稳定, 变化不大于 1, 表明两者已经稳定了(如图八), 方可开始测量。

测量前应先选中周期, 按“▲”或“▼”键把周期由 1(如图七)改为 10(如图九), (目的是为了减少误差, 若不改周期, 测量无法打开)。再选中测量, 按下“▲”或“▼”键, 测量打开并记录数据(如图九)。

一次测量完成, 显示测量关后, 读取摆轮的振幅值, 并利用闪光灯测定受迫振动位移与强迫力间的相位差。

调节强迫力矩周期电位器, 改变电机的转速, 即改变强迫外力矩频率 ω , 从而改变电机转动周期。电机转速的改变可按照 $\Delta\varphi$ 控制在 10° 左右来定, 可进行多次这样的测量。

每次改变了强迫力矩的周期, 都需要等待系统稳定, 约需两分钟, 即返回到图八状态, 等待摆轮和电机的周期相同, 然后再进行测量。

在共振点附近由于曲线变化较大，因此测量数据相对密集些，此时电机转速极小变化会引起 $\Delta\varphi$ 很大改变。电机转速旋钮上的读数（例 5.50）是一参考数值，建议在不同 ω 时都记下此值，以便实验中快速寻找要重新测量时参考。

测量相位时应把闪光灯放在电动机转盘前下方，按下闪光灯按钮，根据频闪现象来测量，仔细观察相位位置。

强迫振荡测量完毕，按“◀”或“▶”键，选中返回，按确定键，重新回到图二状态。

【注意事项】

- ① 强迫振荡实验时，调节仪器面板〔强迫力周期〕旋钮，从而改变不同电机转动周期，该实验必须做 10 次以上，其中必须包括电机转动周期与自由振荡实验时的自由振荡周期相同的数值。
- ② 在作强迫振荡实验时，须待电机与摆轮的周期相同（末位数差异不大于 2）即系统稳定后，方可记录实验数据。且每次改变了变强迫力矩的周期，都需要重新等待系统稳定。
- ③ 因为闪光灯的高压电路及强光会干扰光电门采集数据，因此须待一次测量完成，显示测量关后（参看“波尔共振电器控制箱使用方法”中图八），才可使用闪光灯读取相位差。
- ④ 学生做完实验后测量数据需保存后，才可在主机上查看特性曲线及振幅比值。

5、关机

在图二状态下，按住复位按钮保持不动，几秒钟后仪器自动复位，此时所做实验数据全部清除，然后按下电源按钮，结束实验。

ZKY-BG 型波尔共振仪由振动仪与电器控制箱两部分组成。振动仪部分如图 1-3 所示，铜质圆形摆轮 A 安装在机架上，弹簧 B 的一端与摆轮 A 的轴相联，另一端可固定在机架支柱上，在弹簧弹性力的作用下，摆轮可绕轴自由往复摆动。在摆轮的外围有一卷槽型缺口，其中一个长形凹槽 C 比其它凹槽长出许多。机架上对准长型缺口处有一个光电门 H，它与电器控制箱相联接，用来测量摆轮的振幅角度值和摆轮的振动周期。在机架下方有一对带有铁芯的线圈 K，摆轮 A 恰巧嵌在铁芯的空隙，当线圈中通过直流电流后，摆轮受到一个电磁阻尼力的作用。改变电流的大小即可使阻尼大小相应变化。为使摆轮 A 作受迫振动，在电动机轴上装有偏心轮，通过连杆机构 E 带动摆轮，在电动机轴上装有带刻线的有机玻璃转盘 F，它随电机一起转动。由它可以从角度读数盘 G 读出相位差 Φ 。调节控制箱上的十圈电机转速调节旋钮，可以精确改变加于电机上的电压，使电机的转速在实验范围（30-45 转/分）内连续可调，由于电路中采用特殊稳速装置、电动机采用惯性很小的带有测速发电机的特种电机，所以转速极为稳定。电机的有机玻璃转盘 F 上装有两个挡光片。在角度读数盘 G 中央上方 90° 处也有光电门 I（强迫力矩信号），并与控制箱相连，以测量强迫力矩的周期。

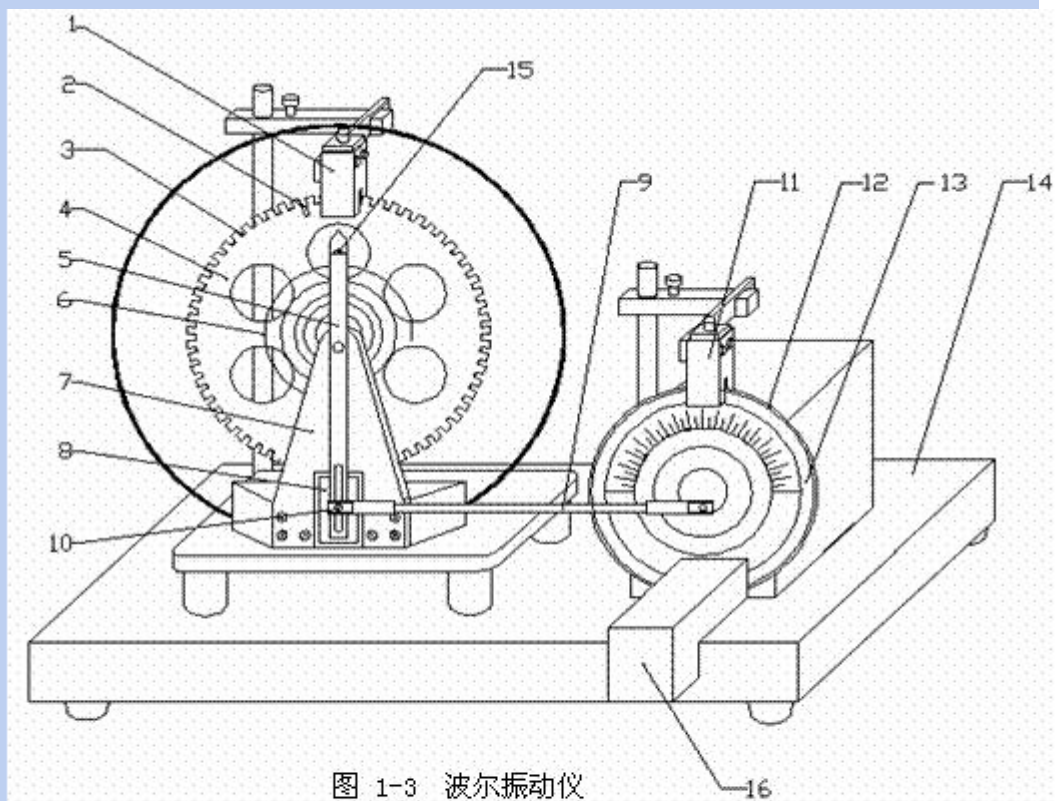


图 1-3 波尔振动仪

1.光电门 H; 2.长凹槽 C; 3.短凹槽 D; 4.铜质摆轮 A; 5.摇杆 M; 6.蜗卷弹簧 B;
7.支承架; 8.阻尼线圈 K; 9.连杆 E; 10.摇杆调节螺丝; 11.光电门 I; 12.角度盘
G; 13.有机玻璃转盘 F; 14.底座; 15.弹簧夹持螺钉 L; 16.闪光灯

受迫振动时摆轮与外力矩的相位差是利用小型闪光灯来测量的。闪光灯受摆轮信号光电门控制，每当摆轮上长型凹槽 C 通过平衡位置时，光电门 H 接受光，引起闪光，这一现象称为频闪现象。在稳定情况时，由闪光灯照射下可以看到有机玻璃指针 F 好象一直“停在”某一刻度处，所以此数值可方便地直接读出，误差不大于 2° 。闪光灯放置位置如图 (1-3) 所示搁置在底座上，切勿拿在手中直接照射刻度盘。

摆轮振幅是利用光电门 H 测出摆轮读数 A 处圈上凹型缺口个数，并在控制箱液晶显示器上直接显示出此值，精度为 1° 。

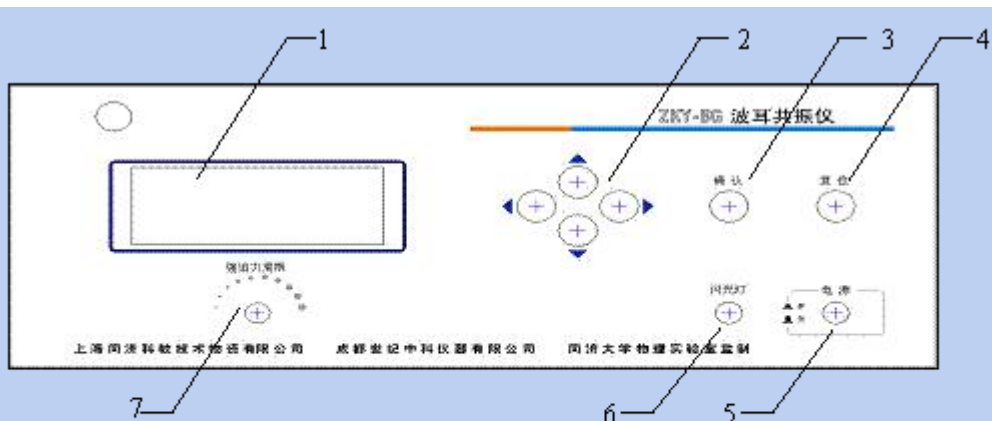


图 1-4 波耳共振仪前面板示意图

- 1、液晶显示屏 2、方向控制键 3、确认按键 4、复位按键
5、电源开关 6、闪光灯开关 7、强迫力周期调节电位器

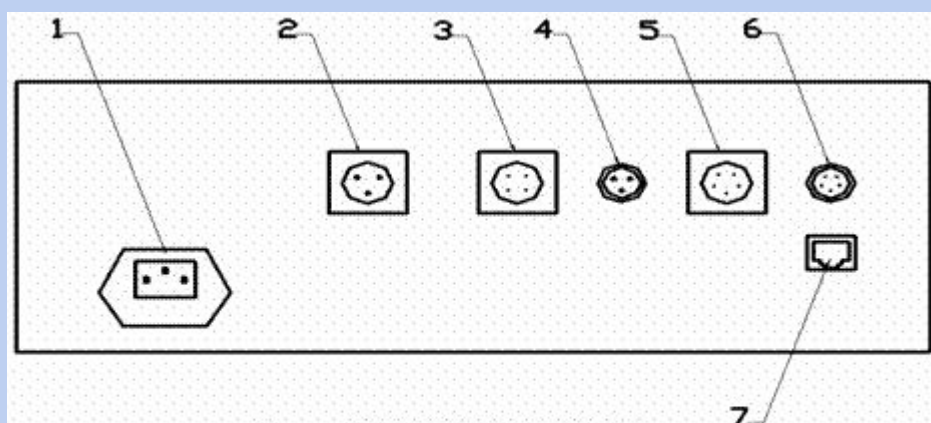


图 1-5 波耳共振仪后面板示意图

- 1、电源插座（带保险） 2、闪光灯接口 3、阻尼线圈
4、电机接口 5、振幅输入 6、周期输入 7、通讯接口

波耳共振仪电器控制箱的前面板和后面板分别如图 1-4 和图 1-5 所示。

电机转速调节旋钮，系带有刻度的十圈电位器，调节此旋钮时可以精确改变电机转速，即改变强迫力矩的周期。锁定开关处于图 1-6 的位置时，电位器刻度锁定，要调节大小须将其置于该位置的另一边。 $\times 0.1$ 档旋转一圈， $\times 1$ 档走一个字。一般调节刻度仅供实验时作参考，以便大致确定强迫力矩周期值在多圈电位器上的相应位置。

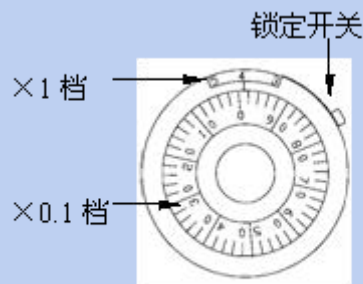


图 1-6 电机转速调节电位器

可以通过软件控制阻尼线圈内直流电流的大小，达到改变摆轮系统的阻尼系数的目的。阻尼档位的选择通过软件控制，共分 3 档，分别是“阻尼 1”、“阻尼 2”、“阻尼 3”。阻尼电流由恒流源提供，实验时根据不同情况进行选择（可先选择在“阻尼 2”处，若共振时振幅太小则可改用“阻尼 1”），振幅在 150° 左右。

闪光灯开关用来控制闪光与否，当按住闪光按钮、摆轮长缺口通过平衡位置时便产生闪光，由于频闪现象，可从相位差读盘上看到刻度线似乎静止不动的读数（实际有机玻璃 F 上的刻度线一直在匀速转动），从而读出相位差数值。为使闪光灯管不易损坏，采用按钮开关，仅在测量相位差时才按下按钮。

电器控制箱与闪光灯和波尔共振仪之间通过各种专业电缆相连接。不会产生接线错误之弊病。

ZKY-BG 型波尔共振仪由振动仪与电器控制箱两部分组成。振动仪部分如图 1-3 所示，铜质圆形摆轮 A 安装在机架上，弹簧 B 的一端与摆轮 A 的轴相联，另一端可固定在机架支柱上，在弹簧弹性力的作用下，摆轮可绕轴自由往复摆动。在摆轮的外围有一卷槽型缺口，其中一个长形凹槽 C 比其它凹槽长出许多。机架上对准长型缺口处有一个光电门 H，它与电器控制箱相联接，用来测量摆轮的振幅角度值和摆轮的振动周期。在机架下方有一对带有铁芯的线圈 K，摆轮 A 恰巧嵌在铁芯的空隙，当线圈中通过直流电流后，摆轮受到一个电磁阻尼力的作用。改变电流的大小即可使阻尼大小相应变化。为使摆轮 A 作受迫振动，在电动机轴上装有偏心轮，通过连杆机构 E 带动摆轮，在电动机轴上装有带刻线的有机玻璃转盘 F，它随电机一起转动。由它可以从角度读数盘 G 读出相位差 Φ 。调节控制箱上的十圈电机转速调节旋钮，可以精确改变加于电机上的电压，使电机的转速在实验范围（30-45 转/分）内连续可调，由于电路中采用特殊稳速

装置、电动机采用惯性很小的带有测速发电机的特种电机，所以转速极为稳定。电机的有机玻璃转盘 F 上装有两个挡光片。在角度读数盘 G 中央上方 90° 处也有光电门 I（强迫力矩信号），并与控制箱相连，以测量强迫力矩的周期。

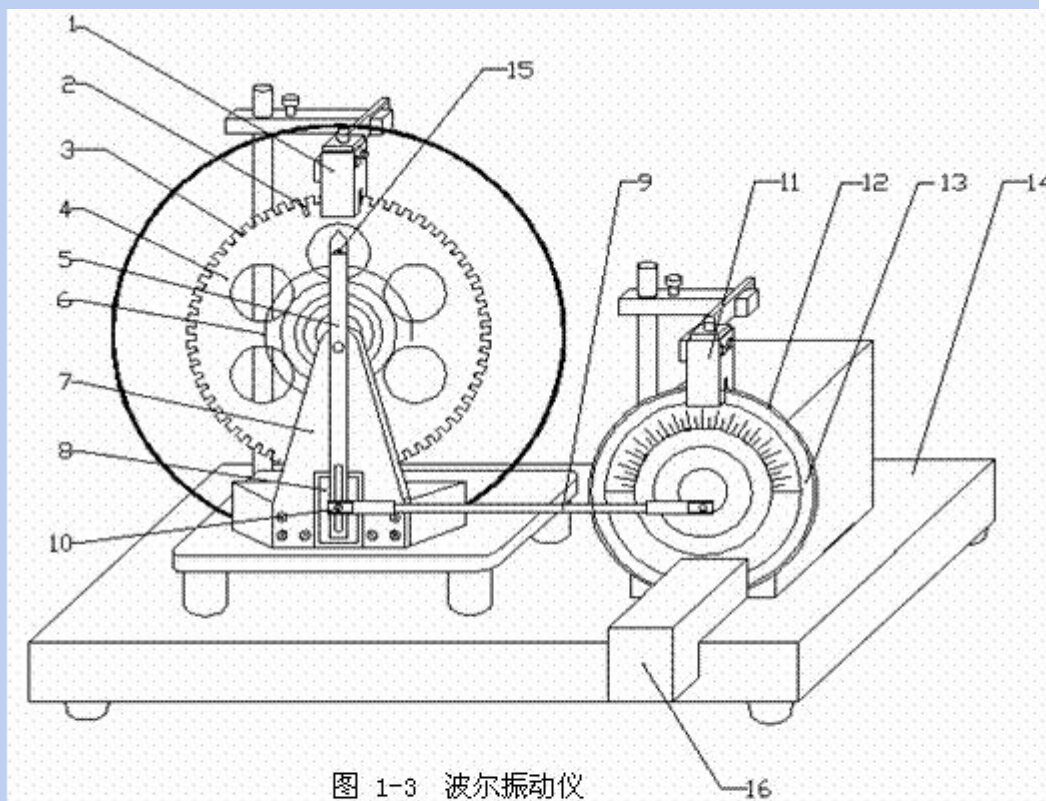


图 1-3 波尔振动仪

1. 光电门 H；2. 长凹槽 C；3. 短凹槽 D；4. 铜质摆轮 A；5. 摇杆 M；6. 蜗卷弹簧 B；7. 支承架；8. 阻尼线圈 K；9. 连杆 E；10. 摇杆调节螺丝；11. 光电门 I；12. 角度盘 G；13. 有机玻璃转盘 F；14. 底座；15. 弹簧夹持螺钉 L；16. 闪光灯

受迫振动时摆轮与外力矩的相位差是利用小型闪光灯来测量的。闪光灯受摆轮信号光电门控制，每当摆轮上长型凹槽 C 通过平衡位置时，光电门 H 接受光，引起闪光，这一现象称为频闪现象。在稳定情况时，由闪光灯照射下可以看到有机玻璃指针 F 好象一直“停在”某一刻度处，所以此数值可方便地直接读出，误差不大于 2° 。闪光灯放置位置如图（1-3）所示搁置在底座上，切勿拿在手中直接照射刻度盘。

摆轮振幅是利用光电门 H 测出摆轮读数 A 处圈上凹型缺口个数，并在控制箱液晶显示器上直接显示出此值，精度为 1° 。

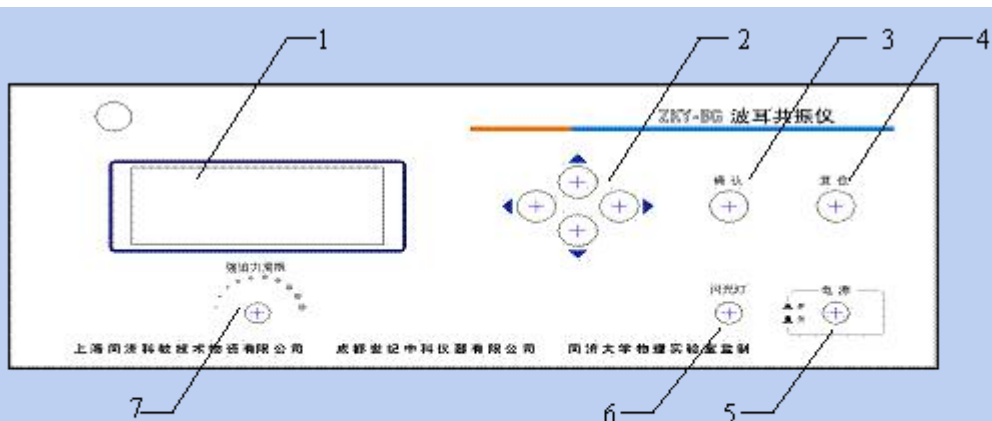


图 1-4 波耳共振仪前面板示意图

- 1、液晶显示屏 2、方向控制键 3、确认按键 4、复位按键
5、电源开关 6、闪光灯开关 7、强迫力周期调节电位器

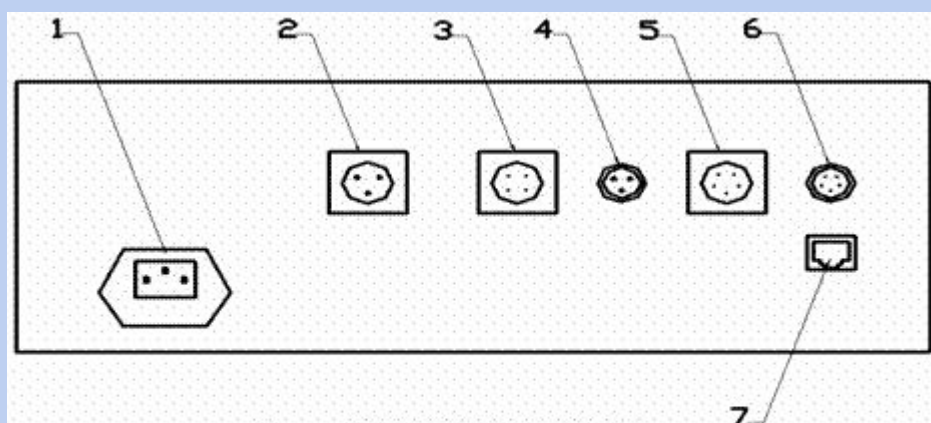


图 1-5 波耳共振仪后面板示意图

- 1、电源插座（带保险） 2、闪光灯接口 3、阻尼线圈
4、电机接口 5、振幅输入 6、周期输入 7、通讯接口

波耳共振仪电器控制箱的前面板和后面板分别如图 1-4 和图 1-5 所示。

电机转速调节旋钮，系带有刻度的十圈电位器，调节此旋钮时可以精确改变电机转速，即改变强迫力矩的周期。锁定开关处于图 1-6 的位置时，电位器刻度锁定，要调节大小须将其置于该位置的另一边。 $\times 0.1$ 档旋转一圈， $\times 1$ 档走一个字。一般调节刻度仅供实验时作参考，以便大致确定强迫力矩周期值在多圈电位器上的相应位置。

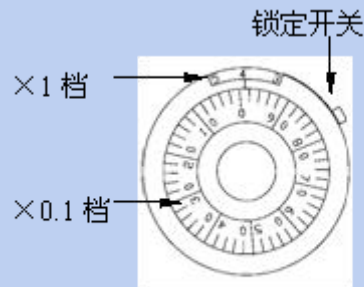


图 1-6 电机转速调节电位器

可以通过软件控制阻尼线圈内直流电流的大小，达到改变摆轮系统的阻尼系数的目的。阻尼档位的选择通过软件控制，共分 3 档，分别是“阻尼 1”、“阻尼 2”、“阻尼 3”。阻尼电流由恒流源提供，实验时根据不同情况进行选择（可先选择在“阻尼 2”处，若共振时振幅太小则可改用“阻尼 1”），振幅在 150° 左右。

闪光灯开关用来控制闪光与否，当按住闪光按钮、摆轮长缺口通过平衡位置时便产生闪光，由于频闪现象，可从相位差读盘上看到刻度线似乎静止不动的读数（实际有机玻璃 F 上的刻度线一直在匀速转动），从而读出相位差数值。为使闪光灯管不易损坏，采用按钮开关，仅在测量相位差时才按下按钮。

电器控制箱与闪光灯和波尔共振仪之间通过各种专业电缆相连接。不会产生接线错误之弊病。