

3.2 利用牛顿环测定透镜的曲率半径

光的干涉是光的波动性的一种表现。若将同一点光源发出的光分成两束，让它们各经不同路径后再相会在一起，当光程差小于光源的相干长度，一般就会产生干涉现象。干涉现象在科学研究和工业技术上有着广泛的应用，如测量光波的波长，精确地测量长度、厚度和角度，检验试件表面的光洁度，研究机械零件内应力的分布以及在半导体技术中测量硅片上氧化层的厚度等。牛顿环、劈尖是其中十分典型的例子，它们属于用分振幅的方法产生的干涉现象，也是典型的等厚干涉条纹。

一、实验目的要求

1. 用分振幅的方法实现双光束干涉。
2. 通过实验加深对等厚干涉原理的理解和现象的认识。
3. 掌握用牛顿环测定透镜曲率半径的方法。
4. 学会调节和使用读数显微镜。
5. 观察等厚干涉现象。

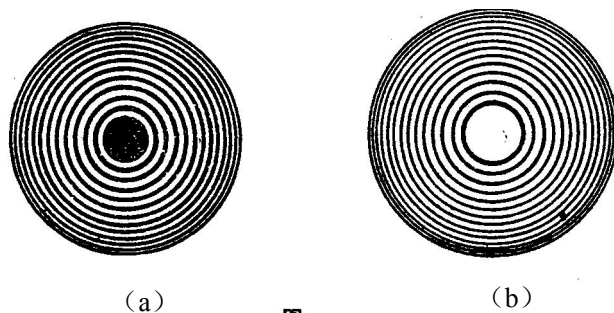
二、仪器用具

读数显微镜及附件、牛顿环、钠光灯。

三、实验原理

牛顿环属于分振幅法双光束干涉的一个典型，这种干涉现象最早为牛顿发现，因而这种干涉圆环被称之为牛顿环。牛顿环在实际工作中通常用来测量透镜的曲率半径，或用来检查物体的平面度。

当一曲率半径很大的平凸透镜的凸面与一平玻璃板的精磨光面相接触时，则在透镜与平玻璃之间形成一层空气薄膜，如图一所示，离接触点距离不同的地方，空气层的厚度不一样，但离接触点等距离的地方，厚度相同，等厚膜的轨迹是以接触点为中心的同心圆。如果将单色光垂直投射到这种装置上，则由空气薄膜的上下缘面所反射出来的光波之间由于有光程差，因此就发生干涉现象，这种干涉是一种等厚度干涉，因而在投射方向上进行观察，可以看到以接触点为中心的许多同心状的亮暗相间的圆环，其中心是一暗斑，如图一(a)所示，如果在透射方向观察，看到的干涉环纹与投射方向的干涉环的光强分布恰成互补，中心为一亮环如图一(b)所示。



图一

设透镜 L 的曲率半径为 R ，离接触点 O 任一距离 r 处的薄膜厚度为 d ，则由图二中的几何关系可知：

$$\begin{aligned} R^2 &= (R-d)^2 + r^2 \\ &= R^2 - 2Rd + d^2 + r^2 \end{aligned}$$

因 $R \gg d$, 故可略去 d^2 而得

$$r^2 = 2Rd \quad \text{或} \quad d = \frac{r^2}{2R} \quad (1)$$

当光线垂直入射时, 在空气层的上下缘面上反射光线的光程差为:

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2} \quad (2)$$

式中 $\frac{\lambda}{2}$ 是因为光在平面玻璃面上反射时有

半波损失, 将(1)式代入 (2)式就得到以 O 为圆心, 半径为 r 的圆周上各点处的光程差为:

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2} \quad (3)$$

当 $\Delta = m\lambda$ 时, 对应亮环

当 $\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$ 时, 对应暗环

式中 m 为干涉级数, m 可为 0、1、2……

(4)式即为反射光相消条件, 比较(3)、(4)两式得:

$$\frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \quad (4)$$

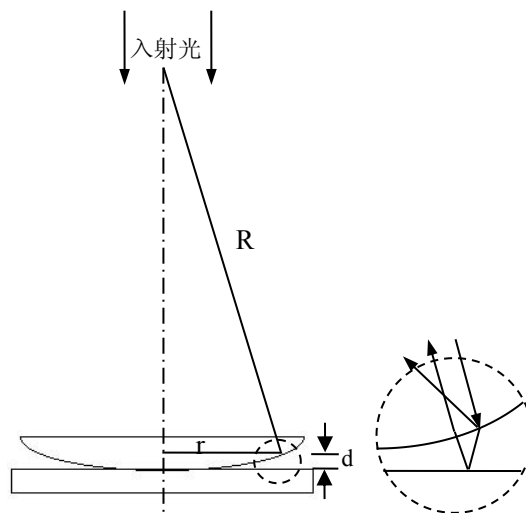
$$\text{化简得} \quad r^2 = mR\lambda \quad (5)$$

式中 r 为第 m 个暗圈的半径, 同理可导出亮圈的半径为:

$$r = \sqrt{(2m-1) \cdot R \cdot \frac{\lambda}{2}} \quad (6)$$

由(5)(6)两式可知, 测出暗圈或亮圈的半径后, 当 λ 已知时, 即可算出透镜的曲率半径 R 。当 R 为已知时, 即可算出入射光波的波长 λ , 但由于两镜面接触时, 将发生弹性形变, 以及接触处不干净的结果, 平凸透镜与平面玻璃接触点不可能是很理想的一点, 所以与圆心接近的几圈通常较模糊, 且近心处圆环较粗。 m 愈小, 相邻圆圈的半径差愈大, 愈不容易准确地测出 r , 这样就常常带来很大的误差, 所以比较准确的方法是测量距中心较远的两个干涉圆环的半径。例如, 选取第 m 个和第 n 个清楚的干涉暗环(或亮环), 测量第 m 个第 n 个暗环(或亮环)的半径, 由这两个差值来计算 R 或 λ 。由(5)式或(6)式可得:

$$r_m^2 - r_n^2 = (m-n)R\lambda$$

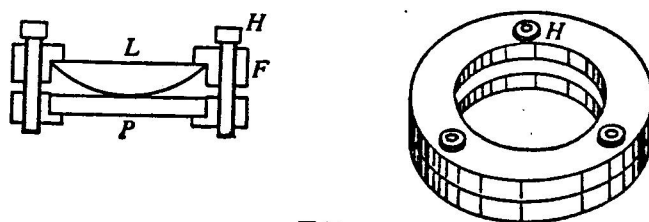


图二

$$\text{故 } R = \frac{r_m^2 - r_n^2}{(m-n)\lambda} \quad \lambda = \frac{r_m^2 - r_n^2}{(m-n)R} \quad (7)$$

$$\text{或 } R = \frac{d_m^2 - d_n^2}{4(m-n)\lambda} \quad \lambda = \frac{d_m^2 - d_n^2}{4(m-n)R} \quad (8)$$

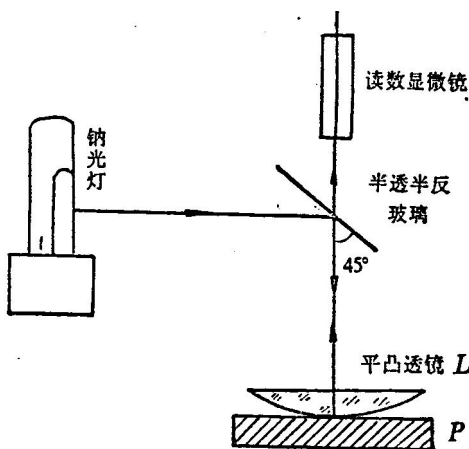
式中 d_m 和 d_n 分别为第 m 级和第 n 级的暗环直径。由上式可知，如光波的波长 λ 为已知，则可由上式计算出透镜的曲率半径 R ，反之，如透镜的曲率半径 R 为已知，则可算出入射光波的波长 λ 。



图三

实验仪器及其描述:

牛顿环是由一平凸透镜 L 和精磨的平玻璃板 P 叠合装在金属框架中构成的，如图三所示，框架边上有三个螺钉 H 用以调节 L 和 P 之间接触点，以改变干涉圆环的形状和位置，但调节时，螺钉不可旋得过紧，以免接触压力过大引起透镜弹性形变，甚至损失透镜。



图四

读数显微镜，仪器如图四所示，由光源发出的光线经玻璃片反射进牛顿环装置，经透镜 L 的曲面和平玻璃板 P 的上表面反射的光相互干涉，形成干涉圈纹，通过测量显微镜可以进行观察测量。仪器的用途及使用方法见实验讲义第三册。

四、实验内容方法

1. 首先调显微镜正好对准平台中央，使两边的量程大致相等，此后，将牛顿环装置放在平台上。
2. 调节平玻璃反射镜，使光线能近似垂直地入射到待测球面，再反射进入到显微镜中，此时，在显微镜中将有一个明亮的视场。

3. 改变显微镜目镜到叉丝的距离，看清叉丝，然后调节显微镜的上下位置，以改变物距，看清干涉圆环（注意调节显微镜时，只能由下向上调节，以免损坏仪器）。

4. 移动牛顿环装置的位置，使显微镜叉丝的交点尽量接近中心，定性观察左右各 45 环是否都清晰并且都在显微镜的读数范围之内，然后再定量测量，当叉丝交点位于各级暗环的中间时再进行读数，同一级暗环左右位置读数之差，即为该级暗环的直径 d_m 。

注： 为了避免螺旋空程和测量方便起见，实际测量步骤是转动测微鼓轮，使牛顿环向某一方向移动，例如，从干涉圆环中心向左移动，同时数出移过去的暗环的级数 m 。中央不论明斑或暗斑都可算作为数的起始点，即 $m=0$ ，四周暗环依次是 $m=1、2、3、\cdots$ ，当移到 $m=45$ 时，把测微鼓轮往相反方向移动，当叉丝交点压着 $m=40$ 的暗环中间记下显微镜所在位置(读数可估计出千分之一毫米)。继续转动测微鼓轮依次测出 $m=39, 38, 37, 36, 35$ 与 $n=25, 24, 23, 22, 21, 20$ 各级暗环位置，继续转动鼓轮使叉丝继续前进，当叉丝经过中心暗斑而到另一边的第 20 级暗环中间时，又开始记录数据，依次记下 $n=20, 21, 22, 23, 24, 25$ ，与 $m=35, 36, 37, 38, 39, 40$ 各级暗环的位置。然后进行计算并求出透镜曲率半径 R 值。

注： 由(8)式可知，本实验误差主要来自对 d 的测量，由各组 $d_m^2 - d_n^2$ 的数值与平均值 $\overline{d_m^2 - d_n^2}$ 的差值 ΔR ，计算测量值 R 的相对误差 $\Delta \bar{R}$ 和最后结果 $R + \Delta \bar{R}$ ，如果发现某一组数据偏离其他各组数据较大。可以剔除，不要勉强把它加进去求平均值，以防造成较大误差。

数据记录及处理：

环级数	m	40	39	38	37	36	35
环位置	左						
	右						
环直径	d_m						
环级数	n	25	24	23	22	21	20
环位置	左						
	右						
环直径	d_n						
d_m^2							
d_n^2							
$d_m^2 - d_n^2$							
$\overline{d_m^2 - d_n^2}$							
R							

$$R = \frac{\overline{d_m^2 - d_n^2}}{4(m-n)\lambda} \quad (\lambda = 589.3\text{nm})$$

实验分析：

1. 在测量时，我们近似认为非等精度测量为等精度测量会给实验结果带来误差，另外暗条纹有一定的宽度，选取条纹中心也会带来误差。
2. 测量时，若使测微鼓轮向两个方向转动，会带来回程误差。

注意事项

1. 牛顿环仪、透镜和显微镜的光学表面不清洁，要用专门的擦镜纸轻轻揩拭。
2. 测量显微镜的测微鼓轮在每一次测量过程中只能向一个方向旋转，中途不能反转。
3. 当用镜筒对待测物聚焦时，为防止损坏显微镜物镜，正确的调节方法是使镜筒移离待测物（即提升镜筒）。

五、思考题

1. 如果被测透镜是平凹镜，能否用本实验方法测定其凹面的曲率半径？试说明其理由，并推导出相应的计算公式。（能。理由如下：

使曲率半径很大的平凹透镜的平面与一平玻璃板的精磨光面相接触，在投射方向上进行观察，看到的干涉环纹如图一(b)所示。

设凹透镜 L 的曲率半径为 R，离透镜最低点 O 任一距离 r 处的透镜厚度为 d，则由图五中的集合关系可得：

$$R^2 = (R - d)^2 + r^2 = R^2 - 2Rd + d^2 + r^2$$

因 $R \gg d$ ，故可略去 d^2 而得

$$r^2 = 2Rd \quad \text{或} \quad d = \frac{r^2}{2R} \quad (1)$$

当光线垂直入射时，在平凹透镜的上下缘面上反射光线的光程差为： $\Delta = 2n_0 d$ (2)

式中 n_0 为透镜折射率，由于光在平凹透镜上下缘面上反射时无半波损失，故上式不加 $\frac{\lambda}{2}$

将①式代入②式就得到以 O 为圆心，半径为 r 的圆周上各点处的光程差为：

$$\Delta = \frac{n_0 r^2}{R} \quad (3)$$

当 $\Delta = m\lambda$ 时，对应亮环， (4)

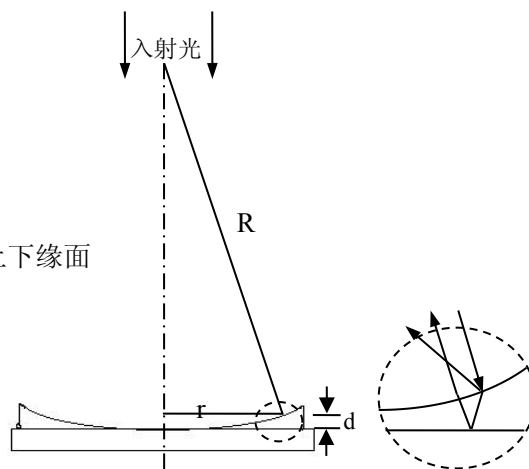
当 $\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$ 时，对应暗环；式中 m 为干涉级数，m 可为 0、1、2……

④式即为反射光相长条件，比较③、④两式得：

$$\frac{n_0 r^2}{R} = m\lambda$$

化简得
$$r^2 = \frac{mR\lambda}{n_0} \quad (5)$$

式中 r 为第 m 个亮圈的半径，同理可导出暗圈的半径为



$$r = \sqrt{\frac{(2m+1)R}{n_0} \cdot \frac{\lambda}{2}} \quad (6)$$

例如，选取第 m 个和第 n 个清楚的干涉亮环(或暗环)，测量第 m 个第 n 个亮环(或暗环)的半径，由这两个差值来计算 R 或 λ 。由⑤式或⑥式可得：

$$r_m^2 - r_n^2 = \frac{(m-n)R\lambda}{n_0}$$

$$\text{故} \quad R = \frac{n_0(r_m^2 - r_n^2)}{(m-n)\lambda} \quad \lambda = \frac{n_0(r_m^2 - r_n^2)}{(m-n)R} \quad (7)$$

$$\text{或} \quad R = \frac{n_0(d_m^2 - d_n^2)}{4(m-n)\lambda} \quad \lambda = \frac{n_0(d_m^2 - d_n^2)}{4(m-n)R} \quad (8)$$

式中 d_m 和 d_n 分别为第 m 级和第 n 级的亮环直径。由上式可知，若光波的波长 λ 、透镜的折射率 n_0 、透镜的曲率半径 R 三个量中的两个量便可求得第三个量。）

2. 如果测量显微镜的叉丝不是准确地通过环心，被测得的读数差就不是直径而是弦。用半弦的平方差来代替(7)式中的半径 r 的平方差对结果是否有影响？（没有影响，因为是用逐差法来计算结果）

3. 公式 $R = \frac{d_m^2 - d_n^2}{4(m-n)\lambda}$ 是用暗环的直径推导出来的；如果牛顿环中心是亮斑而非暗斑，

此公式是否适用？（仍然适用，牛顿环中心是亮斑在投射方向上进行观察其图形如图一(b)，

推导过程将原实验中推导公式 $R = \frac{d_m^2 - d_n^2}{4(m-n)\lambda}$ 中相应的“暗斑”变成“亮斑”即可其他不变。）

六、视野拓展

1.用牛顿环来检查光学平板的平整度：

先将样板标准面和待检验平板表面擦静，然后使这两个面紧密接触，并尽量排除两接触面之间的空气，然后从样板上方观察会发现彩色的光圈环带。图纸上应该有要求你做到几个光圈和几道局部光圈，然后就可以知道哪个地方高了哪个地方低了。

2.用此实验测量光的波长：

在牛顿环试验中，透镜的曲率半径设为 R ，则对于第 k 级条纹，根据光的干涉条件，它应该满足一个等式，也就是 $D^2 = 4kR \cdot \lambda$ 。其中 D 就是第 k 级条纹的直径。只要用牛顿环仪器测出条纹直径，就可以通过这个公式求出波长了。